Übung zur Kosmologie (WS 2009/2010)
Vorlesung: Jun-Prof Dr. J. Becker
Übung: Jens Dreyer, Raum NB7/29, Tel: 23458

Übungsblatt V [Ausgabe: 15. Dez 2009; Abgabe: 15. Jan 2010]

Ü-Zettel im Netz unter *http://www.tp4.rub.de/~julia/kosmo/*

Aufgabe 1 : Dunkle Materie im Sonnensystem (5P)

Wie in der Vorlesung besprochen, kann das Dichteprofil der dunklen Materie in der Milchstraße wie folgt parametrisiert werden:

$$\rho(r) = \frac{c_0}{a^2 + r^2} \tag{1}$$

mit $c_0 = 1.4 \cdot 10^{39}$ kg/kpc und $a = 2.8$ kpc.

a) Berechnen Sie die Dichte der dunklen Materie an der Position der Sonne in der Galaxie.

b) Berechnen Sie die Masse der dunklen Materie innerhalb der Erdbahn um die Sonne. Hier können Sie näherungsweise annehmen, dass die Dichte der dunklen Materie im Sonnensystem ungefähr konstant ist. Vergleichen Sie das Ergebnis mit der Masse der Sonne und diskutieren Sie den Einfluss der dunklen Materie auf die Bewegung der Erde um die Sonne.

c) Wie gross ist die Masse der dunklen Materie auf Skalen des typischen Abstands zwischen Sternen (ca. $1 - 10$ pc)?

Aufgabe 2 : Galaxiencluster (5P)

a) Leiten Sie über den Virialsatz den Zusammenhang zwischen mittlerer Geschwindigkeit, mittlerer Abstand zwischen den Galaxien und der totalen Masse eines Galaxienhaufs her.

b) Berechnen Sie die Masse des Coma-Galaxienclusters, indem Sie die gemessene mittlere Geschwindigkeit, $< v >= 7500$ km/s annehmen. Der Coma-Cluster besteht aus ca. 1000 Galaxien, die sich auf ein annähernd quadratisches Volumen mit einer Kantenlänge von ca. $R = 6$ Mpc verteilen.

c) Die Masse der leuchtenden Materie wurde auf ca. $1 \cdot 10^{13}\, M_\odot$ bestimmt, mit $M_\odot$ als Sonnenmasse. Mit wieviel Prozent trägt die leuchtende Materie zur Gesamtmasse des Coma-Clusters bei?

Aufgabe 3 : Neutrinomassen (5P)

Die Big Bang Theorie sagt die Existenz von Neutrinos voraus, die ca. 1 Sekunde nach dem Big Bang entkoppelten und deren Verteilung heute einem thermisches Spektrum mit einer Temperatur von 1.9 Kelvin folgt. Die Anzahl an Neutrinos pro Kubikcentimeter und Flavor ist $112/\mathrm{cm}^3$.
Die Beobachtung von Neutrinooszillationen beweist, dass Neutrinos eine von Null verschiedene Masse haben müssen. Die quadratische Massendifferenz zwischen den drei verschiedenen Massenzuständen $1, 2, 3$ beträgt $\Delta m^2_{1,2} \approx 5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{eV}^2$ und $\Delta m^2_{1,3} \approx 2.5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{eV}^2$, mit $\Delta m_{1,2} = m_1^2 - m_2^2$ und $\Delta m_{1,3} = m_1^2 - m_3^2$.
Eine direkte Massenbestimmung konnte bisher noch nicht durchgeführt werden. Die besten oberen Grenzen an die Neutrinomassen der drei verschiedenen Flavorzustände sind

$$m_{\nu_e} \cdot c^2 < 2.2\,\mathrm{eV} \tag{2}$$
$$m_{\nu_\mu} \cdot c^2 < 190\,\mathrm{keV} \tag{3}$$
$$m_{\nu_\tau} < 18.2\,\mathrm{MeV}\,. \tag{4}$$

a) Schätzen Sie den maximalen Beitrag der Neutrinos zur normierten Massendichte des Universums ab. Verwenden Sie hierfür den Hubbleparameter $h = 0.7$. Die gemessene Materiedichte im Universum beträgt ungefähr $\Omega_{m,0} \approx 0.3$.

b) Gehen Sie nun den umgekehrten Weg, indem Sie annehmen, dass die Neutrinos nicht mehr als die gemessene Massendichte an Masse tragen können, $\Omega_\nu < \Omega_m$. Leiten Sie aus dieser Bedingung eine obere Grenze für Summe der drei Neutrino-Flavorzustände her, $m_{\nu_e} + m_{\nu_\mu} + m_{\nu_\tau}$.

Frohe Weihnachten!!!