

Übungsblatt IV

[AUSGABE: 01. DEZ 2009; ABGABE: 11. DEZ 2009]

Ü-Zettel im Netz unter <http://www.tp4.rub.de/~julia/kosmo/>**Aufgabe 1 : Relativistischer Sternencluster (5P)**

Stellen Sie sich einen annähernd kugelförmigen Sternhaufen vor, in dem Sterne mit jeweils einer Sonnenmasse auf einem kubischen Gitter im Abstand von 20 Sonnendurchmessern angeordnet sind.

- a) Berechnen Sie zuerst das Volumen für das oben spezifizierte kubische Gitter, was von einem fiktiven *Würfel* eingeschlossen wird, als Funktion Anzahl der im Würfel eingeschlossenen Sonnenmassen x . *Hinweis:* Gehen Sie induktiv vor, indem Sie mit kleinen Würfeln anfangen, wobei die Sonnenmassen auf den Kanten des Würfels sitzen und zum Würfelinhalt dazugehören. Schließen Sie dann auf allgemeine Würfel. Den Induktionsbeweis müssen Sie nicht führen.
- b) Nehmen Sie nun an, dass für hinreichend große Volumina die Unterschiede zwischen dem Kugelvolumen des Sternhaufen und dem in **a)** berechneten Würfelvolumen vernachlässigbar sind. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem Radius des Sternenhaufens r und der Anzahl an Sonnenmassen x auf.
- c) Wieviele Sonnenmassen braucht man, damit der Radius dieses Gebildes seinem eigenen Schwarzschildradius entspricht und demzufolge kollabieren würde? *Hinweis:* Nähern Sie $x \gg 1$.

Aufgabe 2 : Die kosmologische Konstante (5P)

In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, dass auch die kosmologische Konstante nicht hilft, ein statisches Universum zu konstruieren.

- a) Bestimmen Sie Λ und R aus den Friedmanngleichungen für den Fall eines statischen Universums. Verwenden Sie hier, dass $M_0 = \rho(t)R^3(t) = \text{const}$ ein Maß für die im Universum enthaltene (und zeitlich erhaltene) Gesamtmasse ist und dass $k = 0, \pm 1$.
- b) Für welche Werte/welchen Wert von k erhält man eine physikalisch realistische Lösung?
- c) Zeigen Sie (quantitativ, nicht nur argumentativ), dass ein mit Hilfe der kosmologischen Konstante konstruiertes statisches Universum instabil ist. Verwenden Sie hierzu die Friedmannsche Bewegungsgleichung und betrachten Sie das Potential $V(R)$ für den stationären Fall.

Aufgabe 3 : Abstands- und Altersmessungen (5P)

Betrachten Sie die folgenden drei Fälle:

i) $\Omega_m = 1.0, \Omega_\Lambda = 0$

ii) $\Omega_m = 0.3, \Omega_\Lambda = 0$

iii) $\Omega_m = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$

und verwenden Sie in allen drei Fällen, dass $h = 0.7$ mit $H_0 = h \cdot 100 \text{ km/s/Mpc}$. Im Fall *i)* ist die Aufgabe analytisch lösbar. Bedienen Sie sich numerischer Methoden für die Fälle *ii)* und *iii)*.

- a) Bestimmen Sie das Weltalter für die Fälle *i)* - *iii)*. Wie groß ist die Abweichung des Ergebnisses der Fälle *ii)* und *iii)* von *i)*?
- b) Am 23. April 2009 wurde ein Gamma Ray Burst beobachtet, der bei einer Rotverschiebung von $z = 8.1$ stattfand, siehe *Salvaterra et al, Nature 461:1258 (doi:10.1038/nature08445)*. Berechnen Sie den Leuchtkraftabstand, den der Gamma Ray Burst von der Erde hat für die Fälle *i)* - *iii)*. Wie groß ist die Abweichung des Ergebnisses der Fälle *ii)* und *iii)* von *i)*?
- c) Wieviel Jahre ist es her, dass der Gamma Ray Burst, der am 23. April beobachtet wurde, tatsächlich geschah? Geben Sie hier den Bereich an, der für die verschiedenen Fälle *i)* - *iii)* erlaubt ist. Wieviel Jahre nach dem Urknall war das?