

ÜBUNGEN ZUR 'EINFÜHRUNG IN DIE ASTROTEILCHENPHYSIK'

WS 2010/11 - Zettel 2 (Ausgabe: 29.Okt. 2010, Abgabe: 12.Nov. 2010)

Aufgabe 3) Die relativistische Rakete

Eine Rakete mit einem idealen Photonenantrieb fliegt mit einer konstanten Beschleunigung $a = 10 \text{ m s}^{-2}$. Das Startgewicht der Rakete sei m_0 . Im Lauf der Zeit nimmt die Raketenmasse ab. Nach welcher Zeit (gemessen im mitbewegten System der Rakete) beträgt die Masse nur noch 1/100 der ursprünglichen Startmasse?

Aufgabe 4) Kaon-Zerfall

Aus dem Newtonschen Gesetz wissen wir, dass die kinetische Energie eines sich bewegenden Körpers durch

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

gegeben ist, wobei v der Absolutbetrag der Geschwindigkeit ist. In der Vorlesung wurde außerdem ein Ausdruck für die Gesamtenergie eines relativistischen Objektes (Teilchens) vorgestellt.

- (a) Berechnen Sie die kinetische Energie eines Körpers der Masse $m = 1 \text{ kg}$, der sich mit der Geschwindigkeit $v = 10^4 \text{ m/s}$ (in etwa 1/3 der Erdumlaufgeschwindigkeit) bewegt, und vergleichen Sie sie mit der Ruhemasse desselben Körpers. Kommentieren Sie das Ergebnis.
- (b) Berechnen Sie den Lorentzfaktor γ für Protonen, die beschleunigt werden
- am LHC (7 TeV)
 - in einem SNa-Überrest (10^{15} eV)
 - in einem GRB (10^{21} eV).
- (c) Wenn ein 10^{21} eV -Proton in die Erdatmosphäre eindringt, erzeugt es nach einem inelastischen Stoß mit einem Atomkern aus der Atmosphäre einen Sekundärteilchenschauer. Instabile Teilchen (wie Pionen π^\pm oder Kaonen K^\pm) zerfallen schnell in geladene Myonen μ^\pm . Die Lebensdauer eines geladenen Kaons im Ruhezustand beträgt $1.24 \cdot 10^{-8} \text{ s}$. Berechnen Sie die Geschwindigkeit eines geladenen Kaons für den Fall, dass 50% der Gesamtenergie eines 10^{21} eV -Protons auf das Kaon übergehen. Welchen Weg legt das Kaon für einen Beobachter auf Meereshöhe zurück?

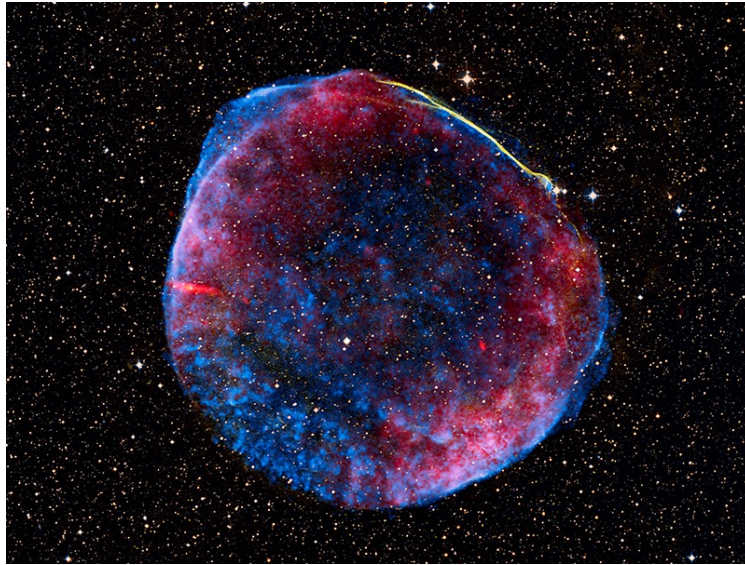


Abbildung 1: Ein Kompositbild der SN 1006 aus Röntgendaten in blau vom Chandra-Observatorium, optischen Daten in gelblichen Farbtönen und Radio-Bilddaten in rot. (<http://apod.nasa.gov/apod/ap080704.html>)

Aufgabe 5) Fermi-Beschleunigung

Man kann zeigen, dass die maximale Teilchenenergie, auf die Teilchen in SN-Überresten beschleunigt werden können, durch folgende Relation gegeben ist:

$$E_{\text{MAX}} = \frac{3}{20} \cdot Z e \cdot B \cdot \left(\frac{u_1}{c} \right) \cdot (u_1 T_A). \quad (2)$$

Hierbei sind u_1 die Geschwindigkeit der expandierenden Stoßfront, T_A die Zeit, die seit der Explosion vergangen ist, $Z e$ die Teilchenladung und B der Betrag des Magnetfeldes.

Die SN 1006 (siehe Abb.1 und Winkler and others (2003)) war ein besonders helles stellares Ereignis und erreichte eine optische Helligkeit von $m = -7.5$, was sie zum hellsten jemals beobachteten stellaren Himmelsobjekt macht. Sie trat zwischen dem 30. April und dem 1. Mai 1006 im Sternbild Wolf (Lupus) auf und wurde in China, Ägypten, dem Irak, Japan, Italien, der Schweiz und vielleicht sogar Nordamerika beobachtet. Tausend Jahre später ist der Überrest dieser Explosion, dessen Zentrum sich in einer Entfernung von $d \sim 2.18$ kpc von der Erde befindet, von großem astronomischen Interesse. Die Geometrie des nordwestlichen Filaments (dünne Schichten, auf die wir fast senkrecht von der Seite schauen) ist ideal, um die Expansion des Überrestes, und insbesondere die Geschwindigkeit der Stoßfront, zu messen. Im Mittel beträgt die Radialgeschwindigkeit der Stoßfront $v_r \sim 280 \text{ mas yr}^{-1}$ ($1 \text{ mas} = 10^{-3} \text{ arcsec}$).

- Nehmen Sie an, dass SN 1006 $10 M_{\odot}$ an Protonen in das ISM (dessen Dichte etwa 1 Teilchen pro cm^{-3} beträgt) freigesetzt hat und dass der größte Teil der Beschleunigung geschieht, bevor die Stoßwelle den sog. 'sweep-up' Radius (ursprünglich hinausgeworfenen Masse = aufgeschobene Masse) erreicht hat. Wie alt war der SN-Überrest zu der Zeit, als $E = E_{\text{MAX}}$ erreicht wurde?
- Wenn man davon ausgeht, dass das Magnetfeld von SN 1006 $6 \mu\text{G}$ beträgt, wie hoch ist die Maximalenergie, die Teilchen in dem SN-Überrest erreichen können?
- Erstellen Sie eine schematische Zeichnung der Explosion und zeichnen alle Ihnen bekannten Größen ein.

Literatur

Winkler and others. The SN 1006 Remnant: Optical Proper Motions, Deep Imaging, Distance, and Brightness at Maximum. *ApJ*, **585**, 324, 2003