

Übung Einführung in die Neutrinoastrophysik

Jun.-Prof. Dr. Julia Becker

Übungen: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172)

Seminarbetreuung: Michaela Voth (NB 7/69)

Übungsblatt VI

WS 11/12

Abgabe: 31.01.2012

Aufgabe 16: SN 1987A Teil II

Kamiokande detektierte innerhalb 12.4 s in seinem 2140 t Wassertank 11 Neutrino-Ereignisse durch den Prozess $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ an den H-Atomen des Wassers zwischen 8.8 MeV und 36.7 MeV. Der Wirkungsquerschnitt des Prozesses ist

$$\sigma(\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+) = 9.75 \times 10^{-44} \left(\frac{E_\nu}{\text{MeV}} \right)^2 \text{ cm}^2 \text{ für } E_\nu < 1 \text{ GeV}.$$

- (a) Wie groß ist die mittlere Energie der Neutrinos, wenn diese einer angepassten Fermi-Dirac Verteilung n_F mit der Temperatur $kT = 4 \text{ MeV}$ und dem Normierungsfaktor g_F folgen?

$$n_F = g_F \frac{e^2}{e^{E/kT} + 1}.$$

Hinweis: Folgende Integralidentität der Riemannschen ζ -Funktion entlang der reellen Achse sollte sich als nützlich erweisen:

$$\zeta(s) = \frac{1}{1 - 2^{1-s}} \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty \frac{x^{s-1}}{e^x + 1} dx; \quad \text{Re}(s) > 0.$$

- (b) Berechnen Sie den gemessenen zeitintegrierten Neutrinofluss der Antielektronneutrinos auf der Erde. Wie groß ist die gesamte Teilchenzahl der Neutrinos, die von der Supernova ausgesandt worden sind, wenn wir sechs ν -Arten, isotrope Abstrahlung und einen Abstand von $d = 52.1 \text{ kpc}$ annehmen?
- (c) Schätzen Sie nun die freiwerdende Gravitationsenergie bei dem »core-collapse« ab, wenn der Kern von einem Radius von 1000 km auf einen Radius von 20 km kollabiert und eine Masse von $m \approx 1.4 M_\odot$ hat. Nehmen Sie eine homogene Massenverteilung an.
- (d) In einem Supernova-Überrest streuen die Neutrinos hauptsächlich an Nukleonen. Alle Wirkungsquerschnitte von Neutrinoreaktionen liegen in etwa in der selben Größenordnung wie der angegebene. Wie groß ist die mittlere freie Weglänge im Supernova-Überrest bei einer Nukleonenzahl von 3×10^{57} ?
- (e) Nehmen Sie nur Streuprozesse für Neutrinos an, in welchen auch ein Neutrino erzeugt wird. Berechnen Sie mittels eines »random walks« die Zeit, die ein Neutrino braucht, um aus der Mitte zur Oberfläche des Supernova-Überrests zu diffundieren.
- (f) Nehmen Sie an, dass 99% der Energie aus dem Kollaps mittels Neutrinos emittiert wird. Berechnen Sie die Gesamtzahl der emittierten Neutrinos und den totalen zeitintegrierten Fluss auf der Erde. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Ergebnissen aus (b).

Übung Einführung in die Neutrinoastrophysik

Jun.-Prof. Dr. Julia Becker

Übungen: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172)

Seminarbetreuung: Michaela Voth (NB 7/69)

Übungsblatt VI

WS 11/12

Abgabe: 31.01.2012

Aufgabe 17: GZK-Cutoff

Hochenergetische Teilchen aus kosmischen Beschleunigern wechselwirken mit der kosmischen Hintergrundstrahlung auf dem Weg zu Erde, was zu einem Abknicken des Spektrums der kosmischen Strahlung führt, was als »GZK-Cutoff« bezeichnet wird.

- (a) Berechnen Sie die mittlere Energie der Photonen der kosmischen Hintergrundstrahlung. Nehmen Sie diese für die folgenden Aufgabenteile als Energie der Photonen an.

Hinweis: Folgende Integralidentität der Riemannschen ζ -Funktion entlang der reellen Achse sollte sich als nützlich erweisen:

$$\zeta(s) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} \frac{x^{s-1}}{e^x - 1} dx; \quad \text{Re}(s) > 1.$$

- (b) Mit welcher Energie wird das Proton in der Wechselwirkung zwischen einem kosmischen Proton und einem Hintergrund-Photon in dem Prozess $\gamma + p \rightarrow e^+ + e^- + p$ maximal erzeugt, wenn das einfallende Proton 780 PeV hat?
- (c) Berechnen Sie die Schwellenergie des Protons für den folgenden Prozess: $\gamma + p \rightarrow \Delta^+ \rightarrow n + \pi^+$.
- (d) Das Neutron führt nach folgendem Schema einen β -Zerfall durch: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit des entstehenden Elektrons?
- (e) Schätzen Sie aus der Gesamtenergiedichte U die mittlere Photonendichte in unserem Universum ab. Vergleichen Sie dieses Resultat mit der mittleren Neutrino-Dichte aus der Vorlesung.
- (f) Die Wirkungsquerschnitte der Prozesse aus (b) und (c) sind:

$$\begin{aligned} \sigma(\gamma p \rightarrow \Delta^+) &= 400 \times 10^{-30} \text{ cm}^2, \\ \sigma(\gamma p \rightarrow e^+ e^- p) &= 10 \times 10^{-30} \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Wie groß ist die mittlere freie Weglänge der Protonen? Vergleichen Sie diese Länge mit dem Durchmesser der Milchstraße, der lokalen Gruppe, dem Virgo Supercluster und des sichtbaren Universums.