

Übung Einführung in die Neutrinoastrophysik

Jun.-Prof. Dr. Julia Becker

Übungen: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172)

Seminarbetreuung: Michaela Voth (NB 7/69)

Übungsblatt IV

WS 11/12

Abgabe: 20.12.2011

Aufgabe 10: Neutrino-Oszillation mit zwei Sorten [6 Punkte]

Seien ν_e und ν_μ Neutrinos, welche eine Mischung aus zwei Neutrinos ν_1 und ν_2 mit Massen m_1 und m_2 sind:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}.$$

θ sei hier der Mischwinkel.

Die Hamiltonfunktion hat einen Massenterm $H = m_1 \bar{\nu}_1 \nu_1 + m_2 \bar{\nu}_2 \nu_2$.

- (a) Drücken Sie die Massen m_1 und m_2 und den Mischwinkel θ des stationären Zustandes durch die Massen-Matrixelemente der Hamiltonfunktion in der $\nu_e - \nu_\mu$ -Repräsentation aus:

$$H = \bar{\nu}_i M^{ij} \nu_j.$$

Hier ist $i, j = e, \mu$.

- (b) Unter welchen Umständen tritt eine maximale oder minimale Mischung auf?
- (c) Wenn zum Zeitpunkt $t = 0$ sich das System im Zustand ν_e befindet, mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich das System nach einer Zeit t im Zustand ν_μ ?
- (d) Angenommen, der Impuls des Neutrinos sei viel größer als die Größen $m_1 c$ und $m_2 c$, wie lautet in dem Fall der Ausdruck für die Oszillationslänge?

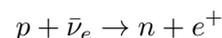
Aufgabe 11: Neutrino-Oszillationen [5 Punkte]

Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron-Neutrino, welches in einem Ruhesystem zum Zeitpunkt $t = 0$ erzeugt wurde nach einer Zeit t kein Elektron-Neutrino mehr ist. Berücksichtigen Sie dabei nicht nur zwei Sorten, sondern drei. Verwenden Sie eine allgemeine, unitäre 3x3 Mischungsmatrix

$$U = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 12: Bestimmung der Neutrinomasse über SN1987A mit Kamiokande [4 Punkte]

Bei der Supernova SN1987A wurden Anti-Elektronneutrinos emittiert, die von Kamiokande beobachtet wurden. Dabei wurde zu jedem der gemessenen Neutrinos die Energie E und die Ankunftszeit t über den inversen Beta-Zerfall an Protonen in einem großen Wasserbehälter bestimmt:



Um zu sehen, warum Bestimmungen von Neutrinomassen mittels Supernovae ungeeignet sind, soll in dieser Aufgabe die Masse des Elektronneutrinos aus den Messwerten von Kamiokande bestimmt werden. Nehmen Sie dazu an:

- es werden nur $\bar{\nu}_e$ gemessen
- alle Neutrinos werden gleichzeitig an der Quelle emittiert
- Neutrinos kommen nach ihren Energien zeitgeordnet auf der Erde an

Übung Einführung in die Neutrinoastrophysik

Jun.-Prof. Dr. Julia Becker

Übungen: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172)

Seminarbetreuung: Michaela Voth (NB 7/69)

Übungsblatt IV

WS 11/12

Abgabe: 20.12.2011

- die Unterschiede in den Ankunftszeiten der Neutrinos sind nur durch die nicht-verschwindende Masse der Neutrinos und die verschiedenen Energien verursacht
- zwischen der Supernova und der Erde treten keine Oszillationen oder Reaktionen auf

Die relevanten Werte sind:

- Abstand Erde-SN1987A: $d = 52.1$ kpc
- Differenz der Ankunftszeit des energiereichsten und energieärmsten Neutrinos: $\Delta T = 13$ s
- Energie des energiereichsten Neutrinos: $E_1 = 36$ MeV
- Energie des energieärmsten Neutrinos: $E_2 = 7.6$ MeV

Bestimmen Sie mit diesen Angaben die Masse des (Anti-)Elektronneutrinos.

Hinweis: Verwenden Sie die Laufzeitdifferenz zwischen Teilchen mit Masse $m = 0$ und $m \neq 0$. Nutzen Sie dabei aus, dass $m_{\nu_e} c^2 \ll E$.