

## Übung Einführung in die Neutrinoastrophysik

Jun.-Prof. Dr. Julia Becker

Übungen: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172)

Seminarbetreuung: Michaela Voth (NB 7/69)

### Übungsblatt IV

WS 11/12

Abgabe: 20.12.2011

### Aufgabe 10: Neutrino-Oszillation mit zwei Sorten [6 Punkte]

Seien  $\nu_e$  und  $\nu_\mu$  Neutrinos, welche eine Mischung aus zwei Neutrinos  $\nu_1$  und  $\nu_2$  mit Massen  $m_1$  und  $m_2$  sind:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}.$$

$\theta$  sei hier der Mischwinkel.

Die Hamiltonfunktion hat einen Massenterm  $H = m_1 \bar{\nu}_1 \nu_1 + m_2 \bar{\nu}_2 \nu_2$ .

- (a) Drücken Sie die Massen  $m_1$  und  $m_2$  und den Mischwinkel  $\theta$  des stationären Zustandes durch die Massen-Matrixelemente der Hamiltonfunktion in der  $\nu_e - \nu_\mu$ -Repräsentation aus:

$$H = \bar{\nu}_i M^{ij} \nu_j.$$

Hier ist  $i, j = e, \mu$ .

- (b) Unter welchen Umständen tritt eine maximale oder minimale Mischung auf?
- (c) Wenn zum Zeitpunkt  $t = 0$  sich das System im Zustand  $\nu_e$  befindet, mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich das System nach einer Zeit  $t$  im Zustand  $\nu_\mu$ ?
- (d) Angenommen, der Impuls des Neutrinos sei viel größer als die Größen  $m_1 c$  und  $m_2 c$ , wie lautet in dem Fall der Ausdruck für die Oszillationslänge?

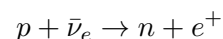
### Aufgabe 11: Neutrino-Oszillationen [5 Punkte]

Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron-Neutrino, welches in einem Ruhesystem zum Zeitpunkt  $t = 0$  erzeugt wurde nach einer Zeit  $t$  kein Elektron-Neutrino mehr ist. Berücksichtigen Sie dabei nicht nur zwei Sorten, sondern drei. Verwenden Sie eine allgemeine, unitäre 3x3 Mischungsmatrix

$$U = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 12: Bestimmung der Neutrinomasse über SN1987A mit Kamiokande [4 Punkte]

Bei der Supernova SN1987A wurden Anti-Elektronneutrinos emittiert, die von Kamiokande beobachtet wurden. Dabei wurde zu jedem der gemessenen Neutrinos die Energie  $E$  und die Ankunftszeit  $t$  über den inversen Beta-Zerfall an Protonen in einem großen Wasserbehälter bestimmt:



Um zu sehen, warum Bestimmungen von Neutrinomassen mittels Supernovae ungeeignet sind, soll in dieser Aufgabe die Masse des Elektronneutrinos aus den Messwerten von Kamiokande bestimmt werden. Nehmen Sie dazu an:

- es werden nur  $\bar{\nu}_e$  gemessen
- alle Neutrinos werden gleichzeitig an der Quelle emittiert
- Neutrinos kommen nach ihren Energien zeitgeordnet auf der Erde an

## Übung Einführung in die Neutrinoastrophysik

Jun.-Prof. Dr. Julia Becker

Übungen: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172)

Seminarbetreuung: Michaela Voth (NB 7/69)

WS 11/12

### Übungsblatt IV

Abgabe: 20.12.2011

---

- die Unterschiede in den Ankunftszeiten der Neutrinos sind nur durch die nicht-verschwindende Masse der Neutrinos und die verschiedenen Energien verursacht
- zwischen der Supernova und der Erde treten keine Oszillationen oder Reaktionen auf

Die relevanten Werte sind:

- Abstand Erde-SN1987A:  $d = 52.1$  kpc
- Differenz der Ankunftszeit des energiereichsten und energieärmsten Neutrinos:  $\Delta T = 13$  s
- Energie des energiereichsten Neutrinos:  $E_1 = 36$  MeV
- Energie des energieärmsten Neutrinos:  $E_2 = 7.6$  MeV

Bestimmen Sie mit diesen Angaben die Masse des (Anti-)Elektronneutrinos.

*Hinweis:* Verwenden Sie die Laufzeitdifferenz zwischen Teilchen mit Masse  $m = 0$  und  $m \neq 0$ . Nutzen Sie dabei aus, dass  $m_{\nu_e} c^2 \ll E$ .