

Übung Einführung in die Neutrinoastrophysik

Jun.-Prof. Dr. Julia Becker

Übungen: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172)

Seminarbetreuung: Michaela Voth (NB 7/69)

Übungsblatt I

WS 11/12

Abgabe: 08.11.2011

Aufgabe 1: Tensoren und Vektoren

Gegeben sei ein Tensor $T^{\mu\nu}$ und einen Vektor V^μ , mit den Komponenten

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad V^\mu = (-4, 1, 3, 2).$$

Berechnen Sie die Komponenten folgender Objekte:

- (a) $T^\mu{}_\nu$
- (b) $T_\mu{}^\nu$
- (c) $T^\lambda{}_\lambda$
- (d) $V^\mu V_\mu$
- (e) $V_\mu T^{\mu\nu}$

Hinweis: Wir verwenden $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ als Metrik.

Aufgabe 2: Invarianz des Linienelements

Zeigen Sie, dass das Linienelement $ds^2 = ds_\mu ds^\mu$ mit $ds^\mu = (cdt, dx, dy, dz)$ invariant ist unter Lorentz-Transformationen: $ds^2 = ds'^2$.

Betrachten Sie o.B.d.A. den Spezialfall einer Lorentz-Transformation in x-Richtung, also $dy' = dy$ und $dz' = dz$.

Aufgabe 3: Proton-Proton Stoß

Ein Proton mit dem Lorentzfaktor $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ geht mit einem ruhenden Proton einen elastischen Stoß ein. Die Energien der Protonen sind nach dem Stoß gleich.

- (a) Wie verhalten sich die Winkel zwischen den Protonen und dem Initialimpuls?
- (b) Wie groß ist der Winkel zwischen den beiden Protonen in Abhängigkeit des Lorentzfaktors γ ? Benutzen Sie zur Berechnung lorentzinvariante Objekte (4er-Skalarprodukte).
Hinweis: Sie könnten folgende Winkelrelation gut gebrauchen: $2 \cos^2 \frac{\theta}{2} = \cos \theta + 1$.
- (c) Wie verhält sich der Winkel im nicht-relativistischen und hoch-relativistischen Grenzfall?