Übung Astroteilchenphysik
Prof. Dr. Julia Tjus
Übungen: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172)
Seminarbetreuung: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172) WS 12/13
Übungsblatt V *Abgabe:* 08.01.2013

Aufgabe 13: Inverser Comptoneffekt [10 Punkte]

In aktiven Galaxien werden Elektronen auf Grund sehr starker Magnetfelder auf extrem hohe Energien beschleunigt. Ein typischer Elektronenstrahl hat hier eine Energie pro Teilchen von $E_e \approx 100$ GeV. Auf Grund von Synchrotronstrahlung beschleunigter Ladungen und ähnlichen Effekten existieren in aktiven Galaxien auch diverse Photonfelder. Nehmen Sie nun an, daß ein Photon im Infrarot-Bereich ($E_\gamma = 0.1$ eV) auf einen Elektronenstrahl von $E_e = 100$ GeV trifft.

(a) Betrachten Sie eine Kollision zwischen Photon und Elektron unter einem Einfallswinkel von 180°. Der Streuwinkel sei θ, die Energie des einlaufenden Photons E_γ, die Energie des einlaufenden Elektrons E_e und die Energie des auslaufenden Photons $\tilde{E}_\gamma$. Zeigen Sie mit Hilfe der Viererimpulserhaltung (oder klassisch mit Hilfe der Energie- und Impulserhaltung), dass diese Größen wie folgt zusammenhängen:

$$\tilde{E}_\gamma = \frac{2\,E_e\,E_\gamma}{E_\gamma \cdot (1-\cos\theta) + E_e \cdot (1+\cos\theta)}\,.$$

(b) Prüfen Sie, ob die Elektronenmasse hier vernachlässigt werden kann.

(c) Unter welchem Winkel muß das Photon gestreut werden, damit es mit maximal möglicher Energie emittiert wird? Wie groß ist diese maximale Energie?

(d) Die Aktive Galaxie Mkn 501 emittiert Photonen zwischen 1 und 10 TeV. Das Spektrum gleicht dem der inversen Compton Streuung. Welche Energie haben die ursprünglichen Elektronen, wenn man von einem Photonfeld bei ca. $E_\gamma = 1$ keV (Ultra-Violett) ausgeht?

Aufgabe 14: Thomsonverluste im stationären Zustand [10 Punkte]

Die Energieverluste durch Synchrotronstrahlung und IC-Strahlung lassen sich durch einen ähnlichen Ausdruck beschreiben, da Synchrotronstrahlung als IC-Streuung an den virtuellen Photonen des Magnetfeldes aufgefasst werden kann. In der Aufgabe soll die Teilchenverteilung $N(E)$ des Quellspektrums $Q(E)$ unter dem Einfluss entsprechender Energieverluste $\dot{E}$ berechnet werden. Unter Vernachlässigung von Diffusion und der Injektion einer Potenzgesetzverteilung ($q > 1$) der Teilchen lautet die zugehörige Transportgleichung:

$$\dot{N}(E) + \frac{\partial}{\partial E}\left[\dot{E}\,N(E)\right] + \frac{N(E)}{\tau} = Q(E), \quad \text{mit} \quad Q(E) = kE^{-q}.$$

Hinweis: Wählen Sie die Integrationsgrenzen für die Energieintegrale mit Bedacht sowie gegebenfalls auftretende Integrationskonstanten zu 0.

(a) Berechnen Sie $N(E)$ unter der Annahme, dass keine Austrittsverluste statt finden können.

(b) Berechnen Sie (konstruktiv, *nicht durch Einsetzen in die DGL*) die Lösung für $N(E)$ ohne diese Annahme zu

$$N(E) = \frac{k}{\alpha}E^{-2}\exp\left(-\frac{1}{\alpha\tau E}\right)(\alpha\tau)^{q-1}\int_0^{\frac{1}{\alpha\tau E}} x^{q-2}\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x\,.$$

(c) Finden Sie die genäherte Lösung für das Problem aus (b) indem Sie annehmen, dass die Austrittsverluste gering gegenüber den Strahlungsverlusten sind.

Übung Astroteilchenphysik
Prof. Dr. Julia Tjus
Übungen: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172)
Seminarbetreuung: Matthias Mandelartz, Florian Schuppan (NB 7/172) WS 12/13
Übungsblatt V *Abgabe:* 08.01.2013

Aufgabe 15: Strahlungsleistung [10 Punkte]

Betrachten Sie ein geladenes Teilchen (Ruhesystem K'), das sich im System K mit relativistischer Geschwindigkeit bewegt.

(a) Zeigen Sie, dass für die Leistung $\mathrm{d}P/\mathrm{d}\Omega = (\mathrm{d}W/\mathrm{d}t)/\mathrm{d}\Omega$, die von einem ruhenden Beobachter (System K) empfangen wird, gilt:

$$\frac{\mathrm{d}P_r}{\mathrm{d}\Omega} = \left[\gamma^4 \left(1+\beta\cos\theta'\right)^4\right] \frac{\mathrm{d}P'}{\mathrm{d}\Omega'}$$

und

$$\frac{\mathrm{d}P_r}{\mathrm{d}\Omega} = \left[\gamma^4 \left(1-\beta\cos\theta\right)^4\right]^{-1} \frac{\mathrm{d}P'}{\mathrm{d}\Omega'},$$

wobei $\mathrm{d}\Omega = \mathrm{d}\cos\theta\,\mathrm{d}\varphi$ und $\mathrm{d}\Omega' = \mathrm{d}\cos\theta'\,\mathrm{d}\varphi'$. Benutzen Sie dazu folgende Relationen:

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Omega} = \left[\gamma^3 \left(1+\beta\cos\theta'\right)^3\right] \frac{\mathrm{d}W'}{\mathrm{d}\Omega'} \quad \text{und} \quad \cos\theta = \frac{\cos\theta' + \beta}{1+\beta\cos\theta'}.$$

(b) Geschieht die Beschleunigung senkrecht zur Geschwindigkeit, dann gilt für die Strahlungsleistung im Beobachtersystem:

$$\frac{\mathrm{d}P_\perp}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{q^2 a_\perp^2}{4\pi c^3} \left(1-\beta\cos\theta\right)^{-4} \left[1 - \frac{\sin^2\theta\cos^2\varphi}{\gamma^2\left(1-\beta\cos\theta\right)^2}\right].$$

Leiten Sie folgenden Ausdruck für das extrem relativistische Limit her ($\gamma \gg 1$):

$$\frac{\mathrm{d}P_\perp}{\mathrm{d}\Omega} \approx \frac{4q^2 a_\perp^2}{\pi c^3} \gamma^8 \frac{1 - 2\gamma^2\theta^2\cos(2\varphi) + \gamma^4\theta^4}{\left(1+\gamma^2\theta^2\right)^6}.$$

Benutzen Sie die in der Vorlesung vorgestellten Näherungen für $\cos\theta$ und $1-\beta\cos\theta$.