

Übungsblatt 6

[AUSGABE: 22.05.2012; ABGABE: 05.06.2012]

Übungszettel im Netz unter <http://www.tp4.rub.de/hat/>

Aufgabe 15: Der harmonische Oszillator (12 Punkte)

Die Wellenfunktion des n -ten Zustands des eindimensionalen harmonischen Oszillators mit dem Potential $V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$, die sich als Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung ergibt, lautet:

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{2^n n!} b} H_n\left(\frac{x}{b}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2b^2}\right) \quad \text{mit} \quad b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

Hier sind $H_n(x/b)$ die Hermite-Polynome.

- Wie lautet die Wellenfunktion $\Psi_n(x, t)$, die die zeitabhängige Schrödingergleichung löst?
- Berechnen Sie $\langle x^2 \rangle$ und $\langle p^2 \rangle$ für $\psi_1(x)$ und daraus den Erwartungswert der Energie für den ersten angeregten Zustand ($n = 1$).
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichten $|\Psi_0(x, t)|^2$ und $|\Psi_1(x, t)|^2$ und erläutern Sie deren Zeitabhängigkeit.
- Ein Teilchen sei zur Zeit $t = 0$ in dem gemischten Zustand

$$\Psi(x, 0) = C_0 \psi_0(x) + C_1 \psi_1(x) \quad C_0, C_1 \text{ reell}$$

Wie lautet die zeitabhängige Wellenfunktion $\Psi(x, t)$ des Teilchens? (Die Konstanten C_0 und C_1 seien so gewählt, dass Ψ richtig normiert ist. Sie müssen nicht bestimmt werden.)

Aufgabe 16: Die WKB-Methode (12 Punkte)

Folgende Potentiale seien gegeben:

$$V_1(x) = \begin{cases} \infty & ; x < 0 \\ V_0 x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

und

$$V_2(x) = V_0 \cdot |x|,$$

mit $V_0 > 0$ für beide Potentiale.

- (a) Skizzieren Sie beide Potentiale.
- (b) Berechnen Sie aus dem zugehörigen WKB-Integral die positiven Energieniveaus E_n , wenn sich ein Teilchen im Potential V_1 befindet und \tilde{E}_n für ein Teilchen im Potential V_2 .
- (c) Vergleichen Sie die ersten drei Energieniveaus E_i und \tilde{E}_i ($i = 1, 2, 3$) miteinander.
- (d) Wie hängen die Formeln für E_n und \tilde{E}_n systematisch zusammen?
- (e) Erklären Sie physikalisch, warum gewisse Werte von \tilde{E}_n nicht bei den E_n vorkommen. (Skizze!)

Aufgabe 17: Impuls und Bahndrehimpuls (6 Punkte)

Überprüfen Sie, welche der folgenden Größen gleichzeitig scharf messbar sind:

- a) \hat{L}_2 und \hat{L}_1
- b) \hat{L}_1 und \hat{L}^2
- c) \hat{L}_3 und \hat{p}^2
- d) \hat{L}_2 und \hat{p}_x .