

Übungszettel im Netz unter <http://www.tp4.rub.de/hat/>

Aufgabe 1: Die WKB-Methode

Berechnen Sie die Welleneigenfunktionen und die Energie-Eigenwerte mit Hilfe der WKB-Methode für folgende Potentiale:

a)

$$V_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 < x < a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

b)

$$V_2(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \quad (2)$$

und vergleichen Sie die Energieniveaus mit denen aus der letzten Anwesenheitsübung (Fall a) bzw. der Vorlesung (Fall b).

Aufgabe 2: Teilchen im Delta-Potential

Eine der wenigen elementar berechenbaren Lösungen der Schrödinger-Gleichung ergibt sich für eine (negative) 'Potentialspitze' $V(x) = -V_0 \delta(x)$ mit $V_0 = \text{const} > 0$.

(a) Berechnen Sie die Lösungen der stationären Schrödinger-Gleichung $\hat{H}\psi(x) = E\psi(x)$ für gebundene Zustände mit $E < 0$. Schreiben Sie dazu diese Gleichung in der Form

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - k^2 \psi = 0, \quad k = \text{const}$$

und setzen Sie für die normierbare Wellenfunktion

$$\begin{aligned} \psi(x < 0) &= \alpha \exp\{+kx\} + \beta \exp\{-kx\} \\ \psi(x > 0) &= \gamma \exp\{+kx\} + \delta \exp\{-kx\} \end{aligned}$$

an. Nutzen Sie dann die Stetigkeitsbedingung

$$\psi(0+) := \lim_{x \rightarrow 0+} \psi(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} \psi(x) =: \psi(0-)$$

aus, um die Normierungskonstante zu bestimmen. Skizzieren Sie eine Lösung $\psi(x)$.

(b) Aus der Schrödinger-Gleichung ergibt sich, dass

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \{\psi'(0+) - \psi'(0-)\} - V_0 \psi(0) = 0$$

gilt, wobei $\psi'(x) = d\psi/dx$. Verwenden Sie diese Beziehung, um die Energien der gebundenen Zustände zu berechnen. Wieviele gebundene Zustände gibt es?

Aufgabe 3: Verständnisfragen

Beantworten Sie die folgenden Fragen mit 'Ja' oder 'Nein':

Ja Nein

- | | | |
|---|-----------------------|-----------------------|
| (1) Ist \hbar größer als h ? | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| (2) Ist der Erwartungswert einer Observablen immer reell? | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| (3) Erfüllt ψ^* die Schrödingergleichung? | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| (4) Sind quantenmechanische Operatoren kommutativ? | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| (5) Vermittelt die Fouriertransformation zwischen Orts- und Impulsdarstellung? | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| (6) Darf sich in der WKB-Näherung die Amplitude der Wellenfunktion schnell mit dem Ort ändern? | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| (7) Können für $[A, B] \neq 0$ die beiden Operatoren A und B gleichzeitig scharf gemessen werden? | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |