

Übungszettel im Netz unter <http://www.tp4.rub.de/hat/>

Aufgabe 1: Hermitesche Operatoren

Ein hermitescher Operator \hat{A} genügt der Gleichung:

$$\langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle = \int \Psi^* \hat{A} \Psi \, d\mathbf{r} = \int (\Psi \hat{A})^* \Psi \, d\mathbf{r}.$$

- Zeigen Sie, dass der Erwartungswert $\langle \hat{A} \rangle = \langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle$ der zugehörigen Observablen A reell ist.
- Zeigen Sie weiterhin, dass der Operator \hat{A} nur reelle Eigenwerte hat.

Aufgabe 2: Operatoren und Eigenfunktionen

Gegeben sei der Operator

$$\hat{A} = \frac{d^2}{dx^2}.$$

Prüfen Sie, ob die Funktionen

$$\begin{aligned} f_1 &= \exp(kx) \\ f_2 &= \exp(kx^2) \\ f_3 &= \sin(kx) \\ f_4 &= \exp(kx) + \sin(kx) \\ f_5 &= \exp(ikx) + \sin(kx) \end{aligned}$$

Eigenfunktionen des Operators \hat{A} sind, geben Sie ggf. den Eigenwert an und erläutern Sie die Ergebnisse.