Übung Grundlagen Quantenmechanik & Statistische Physik (SoSe 2012)
Vorlesung: Jun-Prof Dr. J. Becker
Übungsgruppen:
a: Florian Schuppan & Natalie Fedrau; **b:** Michaela Voth & Natalie Fedrau
c: Jens Dreyer & Christian Ahlborn

Anwesenheitsübung II [10.04.2012]

Aufgabe 2: Herleitung des Planckschen Strahlungsgesetzes

Das Plancksche Strahlungsgesetz zur Beschreibung von Schwarzkörpern in der Thermodynamik wurde von Planck entwickelt, um das empirisch beobachtete Spektrum in allen Bereichen gut beschreiben zu können. Es gilt es nun, das Gesetz aus grundlegenden Erkenntnissen der Thermodynamik herzuleiten.
Während für die Entropie eines *Hertz'schen Oszillators* der Ausdruck

$$S = k_B \left[\left(1 + \frac{\bar{U}}{\epsilon} \right) \ln \left(1 + \frac{\bar{U}}{\epsilon} \right) - \frac{\bar{U}}{\epsilon} \ln \left(\frac{\bar{U}}{\epsilon} \right) \right] = S \left(\frac{\bar{U}}{\epsilon} \right)$$

gilt (siehe Skript), soll im Folgenden argumentiert werden, dass man die Entropie äquivalent als Funktion des Quotienten aus mittlerer Energie $\bar{U}$ und Frequenz ν der Oszillatoren finden kann.

Verwenden Sie die bekannte Beziehung

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \bar{U}$$

sowie das Wien'sche Verschiebungsgesetz

$$\mathrm{d}u = \frac{\nu^3}{c^3} g \left(\frac{T}{\nu} \right) \mathrm{d}\nu,$$

um einen allgemeinen Ausdruck für die Temperatur zu erlangen. Daraus kann dann mittels

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\bar{U}} = \frac{1}{T}$$

die oben erwähnte funktionelle Abhängigkeit der Entropie S ermittelt werden.

Die so gefundene Proportionalität von Energie und Frequenz muss nun ausgenutzt werden, um aus der Entropie einen Zusammenhang zwischen der mittleren Energie der Oszillatoren $\bar{U}$ und der Temperatur T herzuleiten. Dieser führt schließlich auf das bekannte *Planck'sche Strahlungsgesetz*:

$$\mathrm{d}u = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1} \mathrm{d}\nu$$