

Übungsblatt I

[AUSGABE: 12.04.2011; ABGABE: 19.04.2011]

Übungszettel im Netz unter <http://www.tp4.rub.de/hat/>

Allgemeines:

- Die zu bearbeitenden Übungsblätter werden in den Übungen ausgeteilt und werden im Internet jeden Dienstag morgen unter www.tp4.rub.de/hat/ verlinkt.
- Ihre Lösungen sind in der jeweils darauffolgenden Woche bis spätestens Dienstag, 8:00h abzugeben (Briefkasten neben NB 7/49).
- Bitte notieren Sie die Lösungen der Aufgaben auf separaten Blättern.
- Verschiedene Aufgaben nicht tackern, nur zusammenheften.
- Da Sie in kleineren Gruppen arbeiten können (und vielleicht sollten), ist es möglich, zu zweit eine Lösung einzureichen. Notieren Sie dazu beide Namen, Matrikelnummern und die Übungsgruppe auf den Aufgabenzetteln.
- Die korrigierten Zettel werden dann wiederum in der darauffolgenden Woche in den Übungen zurückgegeben.
- Falls gewünscht oder erforderlich, findet die Besprechung der Aufgaben zum Termin der Rückgabe statt.
- Fragen zu den Übungsaufgaben können Sie gerne ihren Übungsgruppenleitern in- und außerhalb der Übung stellen.

Aufgabe 1: Galileitransformation (8 Punkte)

Das Thema der ersten Aufgabe sei die Galilei-Transformation. Seien Σ' und Σ zwei Inertialsysteme. Hat Σ' in Bezug zu Σ eine konstante Geschwindigkeit \vec{v} , lautet die entsprechende Koordinatentransformation

$$\begin{aligned}\vec{r}' &= \vec{r} - \vec{v}t \\ t' &= t.\end{aligned}$$

Hier soll allerdings nur der eindimensionale Fall einer geradlinigen gleichförmigen Bewegung betrachtet werden.

- (a) Um die Galilei-Transformation einmal in der Anwendung zu erleben, stelle man sich einen Vogel vor, der bzgl. eines Schienenruhesystems mit einer Geschwindigkeit von 45 m/s neben einem Zug herfliegt. Dieser soll sich jedoch mit einer Geschwindigkeit von 70 m/s in Bezug zu den Schienen bewegen.
- Wie lautet die Galilei-Transformation, wenn Sie vom Schienenruhesystem in das Ruhesystem des Vogels transformieren wollen?
 - Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Zug aus der Sicht des Vogelruhesystems?
- (b) Während der Zug am Vogel vorbeifährt, kann dieser einen Blick in das Wageninnere werfen und sieht einen Mann, der sehr eilig entgegen der Fahrtrichtung durch den Zug

läuft. Dieser bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s auf den Vogel zu. Transformieren Sie nun vom Inertialsystem des Vogels in das System des Zuges, und bestimmen Sie dann, mit welcher Geschwindigkeit sich der Fahrgast bezogen auf den Zug bewegt. Hätte man das auch mit einer Galilei-Transformation vom unbewegten System in das System des Zuges herausfinden können?

Bonusfrage (3 Punkte): In Aufgabenteil (b) wurde bereits gezeigt, dass die Hintereinanderschaltung zweier Galilei-Transformationen wieder eine Galilei-Transformation ist. Damit erfüllt diese bereits eines der Gruppenaxiome. Bestimmen Sie nun noch ein neutrales und ein inverses Element, und zeigen Sie die Gültigkeit des Assoziativgesetzes, um zu beweisen, dass es sich hier wirklich um eine Gruppe handelt.

Aufgabe 2: Differentialgleichungen (12 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine und die spezielle Lösung zu

(a) $y' = 2xy$, $y(0) = 1$ (durch Separation der Variablen)

(b) $y' - 2y = x \exp(2x)$, $y(0) = 1$ (mit Variation der Konstanten)

(c) $y' + 4xy - 8x = 0$, $y(0) = 3$

Hinweis: $\int x \exp(ax^2) dx = \frac{1}{2a} \exp(ax^2) + C$, mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $C \in \mathbb{R} = \text{const.}$

Aufgabe 3: Schiefer Wurf (10 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie den senkrechten Wurf kennengelernt. In dieser Aufgabe soll der schräge Wurf ohne Reibung behandelt werden.

- (a) Geben Sie zuerst die Bewegungsgleichungen einer Punktmasse in 2-dimensionalen kartesischen Koordinaten an. Wählen Sie dabei die x -Koordinate in horizontaler Richtung und die z -Koordinate in vertikaler Richtung.
- (b) Lösen Sie die sich ergebenden Gleichungen unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen:

$$x(t_0) = x_0 = 0; \quad z(t_0) = z_0 = 0; \quad \dot{x}(t_0) = v_{x0}; \quad \dot{z}(t_0) = v_{z0};$$

und zeigen Sie, dass die Lösung der Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned} x(t) &= v_{x0}(t - t_0) \\ z(t) &= -\frac{g}{2}(t - t_0)^2 + v_{z0}(t - t_0) \end{aligned}$$

lautet.

- (c) Ein Wasserstrahl, der unter einem Winkel von $\theta = 45^\circ$ zur Horizontalen die Düse eines Wasserschlauchs verlässt, erreicht das in einer Entfernung x_G stehende Gebüsch in gleicher Höhe wie die Düse. Vom Luftwiderstand soll abgesehen werden.

i) Mit welcher Geschwindigkeit v_0 verlässt der Strahl die Düse?

ii) Wie groß ist die Gipfelhöhe des Wasserstrahls?

iii) Welche Zeit benötigt ein einzelner Tropfen vom Verlassen der Düse bis zum Auftreffen?