Anwesenheitsübung XI [05.07.2011]

Aufgabe 20: Vektorpotential

In der Vorlesung haben wir das Vektorpotential eines unendlich langen, zylindrischen Leiters mit Radius R, der mit konstanter Stromdichte $j = |\vec{j}| = const$ durchsetzt ist, berechnet und in Zylinderkoordinaten (r, φ, z) gefunden:

$$\vec{A}(\vec{r}) = A_z(r)\,\vec{e}_z = \begin{cases} -\dfrac{\mu_0}{4} \cdot j \cdot (r^2 - R^2)\,\vec{e}_z & ; r \leq R \\ \\ -\dfrac{\mu_0}{2}\, j\, R^2 \ln\left(\dfrac{r}{R}\right)\,\vec{e}_z & ; r > R \end{cases} \qquad \text{mit} \qquad \vec{j}(\vec{r}) = \begin{cases} j\,\vec{e}_z & ; r \leq R \\ \\ \vec{0} & ; r > R \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie daraus mit $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ das in der Vorlesung auf anderem Wege gefundene Magnetfeld.

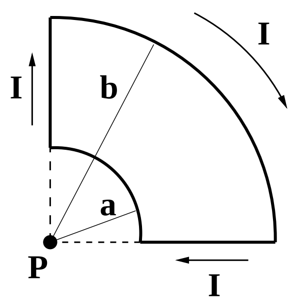
(b) Zeigen Sie dann, dass das Vektorpotential die Poisson-Gleichung $\Delta\vec{A} = -\mu_0\vec{j}$ erfüllt.

Aufgabe 21: Biot-Savart

In der Vorlesung haben wir das Biot-Savart-Gesetz kennen gelernt, welches im Falle eines (in sich geschlossenen) Linienstroms I

$$\vec{B}(\vec{r}) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{(\vec{r} - \vec{r}\,') \times d\vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3}$$

lautet.



(a) Bestimmen Sie damit für die abgebildete vom Strom I durchflossene geschlossene Viertelkreis-Leiterkonfiguration das Magnetfeld im Punkt P.

(b) Was ergibt sich in den Grenzfällen $b \to a$ und $b \to \infty$, und wie können diese Ergebnisse anschaulich verstanden werden?

Aufgabe 22: Elektrodynamische Potentiale

In der Vorlesung wurden das skalare Potential Φ und das Vektorpotential $\vec{A}$ der Elektrodynamik eingeführt als

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \\ \vec{E} &= -\nabla\phi - \frac{\partial}{\partial t}\vec{A}\,. \end{aligned}$$

Die Potentiale selbst stellen keine physikalische Größen, sondern einzig Hilfsfunktionen zur Bestimmung der physikalischen Größen $\vec{B}$ und $\vec{E}$ dar. Dadurch, dass $\vec{E}$ und $\vec{B}$ einzig durch die Ableitung der Potentiale festgelegt sind, ergeben sich Freiheiten für die Potentiale:

Zeigen Sie, dass man die Potentiale Φ und $\vec{A}$ wie folgt formulieren kann:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{r},t) &= \Phi_0(\vec{r},t) - \frac{\partial\lambda(\vec{r},t)}{\partial t} \\ \vec{A}(\vec{r},t) &= \vec{A}_0(\vec{r},t) + \nabla\lambda(\vec{r},t) \end{aligned}$$

und dass $\vec{B}$ und $\vec{E}$ unabhängig von der Wahl von $\lambda(\vec{r},t)$ sind.