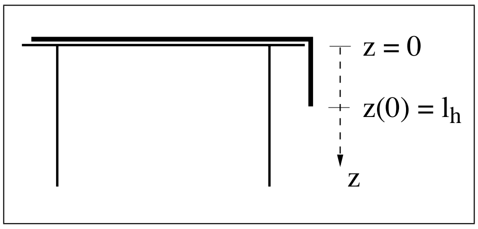
Übung Grundlagen Mechanik & Elektrodynamik (SoSe 2011)
Vorlesung: Jun-Prof Dr. J. Becker
Übungsgruppen:
I: Dr. Udo Arendt, Tobias Wiengarten; **II:** Katharina Brodatzki & Christopher Körber
III: Tobias Wiengarten & Denis Wittor; **IV:** Isaac Saba & Philipp Graeser

Anwesenheitsübung V [10.05.2011]

Aufgabe 9: Fallendes Seil

Ein Seil der Länge l und der Masse m und der Masse pro Längeneinheit $\rho = m/l$ werde so wie nebenstehend skizziert auf einen frisch polierten Tisch gelegt, d.h. es hänge zu Beginn ($t = 0$) mit der Länge l_h über die Tischkante herunter. Mit der Annahme, dass keine Reibungseffekte auftreten, ist klar, dass das Seil zu rutschen beginnt.



(a) Leiten Sie zunächst den Ausdruck $V(z) = -\frac{1}{2}\rho g z^2$ für die potentielle Energie her.

(b) Zeigen Sie dann, dass für die Lagrangefunktion gilt:

$$L = \frac{m}{2}\left(\dot{z}^2 + \frac{g}{l}\,z^2\right)$$

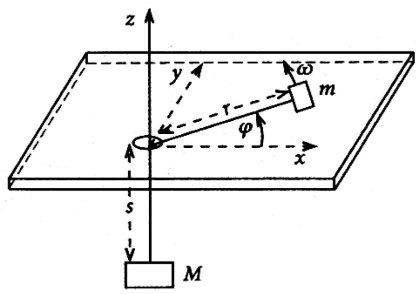
(c) Wie lautet die Bewegungsgleichung des Seils?

(d) Was ist der wesentliche (physikalische) Unterschied zu einem harmonischen Oszillator, der ja eine ganz ähnliche Bewegungsgleichung hat?

(e) Zeigen Sie, dass die Lösung der Bewegungsgleichung durch $z(t) = l_h\, cosh\left(t\,\sqrt{g/l}\right)$ gegeben ist, solange $z(t) \leq l$.

Aufgabe 10: Fallender Massenpunkt am Seil

Eine Masse m rotiere reibungslos auf einer Tischplatte. Über einen Faden der Länge $l = r + s$ sei sie durch eine Loch in der Platte mit einer anderen Masse M verbunden, die der Schwerkraft unterliegt. Für dieses Problem sind $q_1 = \varphi$ und $q_2 = s$ geeignete generalisierten Koordinaten.



(a) Zeigen Sie, dass für die Lagrangefunktion des Systems gilt:

$$L = \frac{1}{2}(m+M)\dot{s}^2 + \frac{1}{2}m(l-s)^2\dot{\varphi}^2 + Mgs$$

(b) Bestimmen Sie den erhaltenen, kanonischen Impuls zur zyklischen Koordinate φ.

(c) Stellen Sie die Lagrange'sche Bewegungsgleichung für s auf. Welche Bewegung ergibt sich für den Spezialfall $\dot{\varphi} = 0$?