Übung Grundlagen Mechanik & Elektrodynamik (SoSe 2011)
Vorlesung: Jun-Prof Dr. J. Becker
Übungsgruppen:
I: Udo Arendt, Tobias Wiengarten; **II:** Katharina Brodatzki & Christopher Körber
III: Tobias Wiengarten & Denis Wittor; **IV:** Isaac Saba & Philipp Graeser

Anwesenheitsübung I [12.04.2011]

Allgemeines:

- Stellen Sie vor dem Bearbeiten der Anwesenheitsaufgaben etwaige Fragen zum aktuellen Übungszettel oder der Vorlesung.
- Lösen Sie dann die Aufgaben – gerne auch in Gruppen.
- Während Ihrer Bearbeitung der Aufgaben werden die zwei Übungsgruppenleiter die Bearbeitung betreuen und Hilfestellungen geben.
- Die Anwesenheitsaufgaben dienen ausschließlich der Übung und werden weder benotet, noch kann man mit ihnen Bonuspunkte erreichen.
- Wir bemühen uns, einen engen thematischen Zusammenhang zwischen den Haus– und den Anwesenheitsübungen zu schaffen, so dass es nach erfolgreicher Bearbeitung der Anwesenheitsaufgaben leichter fallen sollte, die Hausaufgaben zu lösen.
- *Hinweis*: Bearbeiten Sie lieber eine Aufgabe weniger, aber dafür die übrigen Aufgaben intensiver.

Aufgabe 1: Variation der Konstanten

Eine gewöhnliche Differentialgleichung 1. Ordnung mit Inhomogenitätsterm,

$$y'(x) + b \cdot y(x) = f(x)\,, \tag{1}$$

kann mit Hilfe der Methode der *Variation der Konstanten* gelöst werden[1]. Hierzu teilt man die vollständige Lösung $y(x)$ in eine allgemeine Lösung $y_a(x)$ der homogenen Differentialgleichung und eine spezielle Lösung $y_s(x)$ der inhomogenen Gleichung auf.

(a) Zeigen Sie, dass die allgemeine Lösung der *homogenen* Differentialgleichung gegeben ist durch

$$y_a(x) = c \cdot \exp(-b \cdot x) \tag{2}$$

mit $c =$konstant.

(b) Für die spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung wählt man die allgemeine Lösung, allerdings mit einer variablen Konstanten:

$$y_s(x) = c(x) \cdot \exp(-b \cdot x)\,. \tag{3}$$

Setzen Sie den Ansatz (3) in die DGL (1) ein, und bestimmen Sie die neu erhaltene Differentialgleichung für $c(x)$.

[1] n "Striche" stellen hier die n-te Ableitung der Größe bzgl. x dar.

(c) Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$y'(x) - \frac{1}{2} \cdot y(x) = \exp(\frac{1}{2}x) \,. \tag{4}$$

Bestimmen Sie die vollständige Lösung mit dem oben entwickelten Ansatz.

Aufgabe 2: Harmonischer Oszillator

Die Bewegungsgleichung für die Auslenkung x des **ungedämpften harmonischen Oszillators ohne äußere Kraft** lautet

$$\ddot{x} + \omega^2 \, x = 0$$

mit $\omega^2 = k/m$ (z.B.: k : Federkonstante, m: Masse des Teilchens).

(a) Verifizieren Sie mit Hilfe des Eulerschen Ansatzes die Form der allgemeinen Lösung

$$x(t) = a \, \cos(\omega t) + b \, \sin(\omega t) \,,$$

wo a und b beliebige Konstanten sind.

(b) Zeigen Sie, dass man die allgemeine Lösung aus Aufgabenteil (a) auch in der Form

$$x(t) = c \, \exp(i \, \omega t) + d \, \exp(-i \, \omega t)$$

schreiben kann.

(c) Bestimmen Sie die Größen a und b in Abhängigkeit von c und d.
Hinweis: Verwenden Sie die Eulersche Relation $e^{i\omega\, t} = \cos(\omega\, t) + i \, \sin(\omega\, t)$, bzw. $e^{-i\omega\, t} = \cos(\omega\, t) - i \, \sin(\omega\, t)$.

Aufgabe 3: Gravitation

(a) Bestimmen Sie die auf der Erde vorherrschende Gravitationskonstante g numerisch unter der Verwendung der Erdmasse $M_\oplus \approx 5,97 \cdot 10^{24}$ kg, des Erdradius $R_\oplus \approx 6370$ km und der universellen Gravitationskonstante $G \approx 6,67 \cdot 10^{-11}$ m^3/kg/s^2.

(b) Bestimmen Sie die auf der Erde auf einen Menschen mit der Masse $m = 70$ kg wirkende Gravitationskraft F_g.

(c) Der Mensch mit der Masse $m = 70$ kg befinde sich nun in der ISS Raumstation, welche sich $h \approx 340$ km über dem Erdboden befindet. Berechnen Sie die Gravitationskraft, die in der ISS auf den Körper wirkt.

(d) Das in (c) bestimmte Ergebnis legt nahe, dass auch auf der ISS keine "Schwerelosigkeit" herrscht, was Beobachtungen von in der ISS schwebenden Astronauten widerspricht. Was muss unter den reellen Bedingungen neben der Erdanziehung berücksichtigt werden, um den Zustand der Schwerelosigkeit auf der ISS vorherzusagen?