Übungen zur klassischen Elektrodynamik

WS 2014/2015

3.Übungsblatt: Abgabe bis zum 11.11.2014

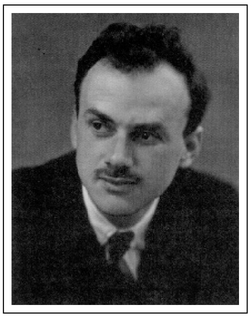
Aufgabe 1:

(a) Zeigen Sie für den eindimensionalen Fall, dass

$$\delta(x-a) = \lim_{n\to 0^+} \delta_n; \quad \text{mit} \quad \delta_n = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{n}\right)$$

gilt.

Hinweis: $\displaystyle\int_0^\infty \exp(-t^2)\, dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$. [3P]



Paul Adrien Maurice Dirac (1902 - 1984) hat fundamentale Beiträge zur Quantentheorie geleistet. Nach ihm ist die in der Vorlesung besprochene Deltadistribution benannt.

(b) Berechnen Sie die folgenden Integrale

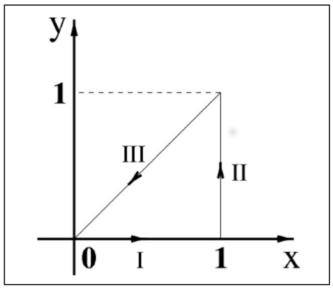
$$\begin{aligned} I_1 &= \int_V (r^2 + \vec{r}\cdot\vec{r}_0 + r_0^2)\, \delta^3(\vec{r}-\vec{r}_0) d^3r \\ I_2 &= \int_V \exp(-r) \left(\nabla \cdot \frac{\vec{e}_r}{r^2}\right) d^3r \end{aligned}$$

mit Hilfe der dreidimensionalen δ^3-Distribution. [1P]

Aufgabe 2:

Gegeben sei das elektrische Feld:

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z) = c\,(ax^2 + y^2, bxy, 0) \quad \text{mit} \quad a, b, c = const.$$



a) Berechnen Sie das Linienintegral

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$$

entlang des nebenstehend skizzierten, geschlossenen Weges, sowie das Flächenintegral

$$\int (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{F}$$

über die umschlossene Fläche, und prüfen Sie damit den Satz von Stokes. [3P]

b) Wie müssen die Konstanten a und b gewählt werden, damit das Feld quellen– und wirbelfrei wird, also

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad \text{und} \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0$$

gilt? [1P]

c) Aus der Wirbelfreiheit des in Teil b) bestimmten speziellen Feldes folgt, dass es in der Form

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi$$

dargestellt werden kann. Bestimmen Sie die skalare Funktion Φ, die man auch als elektrostatisches Potential bezeichnet. [2P]