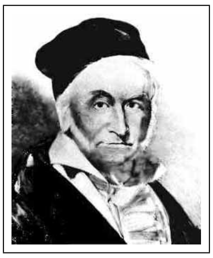
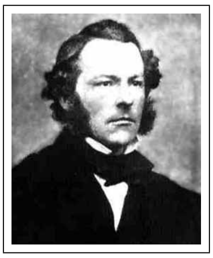
Übungen zur klassischen Elektrodynamik

WS 2014/2015

2.Übungsblatt: Abgabe bis zum 04.11.2014



Der deutscher Mathematiker, Astronom, Geodät und Physiker Johann Carl Friedrich Gauß (1777 – 1855) gab seinerzeit die Empfehlung 'Man darf nicht das, was uns unwahrscheinlich und unnatürlich erscheint, mit dem verwechseln, was absolut unmöglich ist.'



George Gabriel Stokes (1819 – 1903) hat sich mit Hydrodynamik, Optik, Elastizitätstheorie, Geodäsie und Mathematik befasst. Sie werden in vielen dieser Bereiche auf seinen Namen stoßen (Navier-Stokes Gleichung, Stokessche Parameter, Satz von Stokes). Er beschäftigte sich auch mit Astronomie: so hat er – bereits vor Kirchhoff – vorgeschlagen, die sogenannten Fraunhoferlinien im Spektrum der Sonnenstrahlung mit Strahlungsabsorption durch Atome in der äußeren Sonnenatmosphäre zu erklären.

Aufgabe 1:

Prüfen Sie den Gauß'schen Satz für das Vektorfeld

$$\vec{A} = ax\vec{e}_x + by\vec{e}_y + cz\vec{e}_z$$

und einer Kugel $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ mit Radius R durch Berechnung der Integrale. [3P]

Aufgabe 2:

Prüfen Sie den Stokes'schen Satz für das Vektorfeld

$$\vec{A} = xy^2\vec{e}_x - yz^2\vec{e}_y + x^2z\vec{e}_z$$

und die obere Hälfte $z \geq 0$ der in Aufgabe 1 beschriebenen Kugel und den Randkreis der so definierten Halbkugel durch Berechnung der entsprechenden Integrale. [4P]

Aufgabe 3:

Zwischen dem Levi-Civita Tensor und dem Kronecker-Delta besteht folgende Relation

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{lmn} = \begin{vmatrix} \delta_{il} & \delta_{im} & \delta_{in} \\ \delta_{jl} & \delta_{jm} & \delta_{jn} \\ \delta_{kl} & \delta_{km} & \delta_{kn} \end{vmatrix}.$$

(a)Beweisen Sie damit folgende Identität

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{lmk} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}.$$

[1P]

(b) Beweisen Sie mit dem Ergebnis aus (a) die Relation

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{b} \cdot \vec{c})(\vec{a} \cdot \vec{d}).$$

[2P]